Information Technology Innovations and Applied Communication

Vol. 3, No. 3, Autumn, 2025, Serial No. 8,pp.33-41

Image compression based on the desired error by using singular value decomposition to the blocked image

Sajedeh Khairandish[1], Seyyed Abolfazl Shahzadeh Fazeli[*2], Azam Sadeghian[3]

* Associate Professor, Department of Computer Science, Yazd University, Yazd, Iran.

(**Received:** 23 October 2025, **Revised:** 10 October 2025, **Accepted:** 24 September 2025, **Published:** 11 August 2025)

Abstract

Today, due to the increasing volume of information and the need to transfer and store images on computers and phones, the issue of image compression has become more important. By compressing the image, the bandwidth required to transfer data and the amount of storage space can be reduced. Reducing the required bandwidth allows more data to be transmitted at a single time. There are many methods to compress the image, but it is a suitable method that in addition to increasing the image compression rate, also maintains the image quality as much as possible and does not cause a decrease in image quality. In this paper, the problem of compressing gray and color images based on the desired error using the singular value decomposition method is discussed. The results show that because the image is blocked and then each block of the image is compressed according to the desired error, the quality of the compressed image is very appropriate, and even when the desired error is high, the quality of the compressed image is maintained acceptable.

Keywords: Singular Value Decomposition, Lossy Image Compression, Blocking.

* Corresponding Author E-mail: fazeli@yazd.ac.ir

«نوآوری‌های فناوری اطلاعات و ارتباطات کاربردی»
سال سوم، شماره ۴، فصل پاییز ۱۴۰۴؛ ص ۴۱-۳۳.

علمی تخصصی

فشرده‌سازی تصویر متناسب با خطای موردنظر با استفاده از تجزیه مقدار تکین به روی تصویر بلوک‌بندی شده

ساجده خیراندیش[۱]، سیدابوالفصل شاهزاده فاضلی*[۲]، اعظم صادقیان[۳]

۱- کارشناسی ارشد ؛ ۲- دانشیار؛ ۳- پژوهشگر دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه یزد، یزد ، ایران

(**دریافت:** ۲۰ مرداد ۱۴۰۴ ؛ **بازنگری:** ۰۲ مهر ۱۴۰۴؛ **پذیرش:** ۱۸ مهر ۱۴۰۴؛ انتشار: ۰۱ آبان ۱۴۰۴)

چکیده

امروزه به دلیل افزایش حجم اطلاعات و نیاز برای انتقال و ذخیره‌سازی تصاویر در رایانه‌ها و گوشی‌ها، موضوع فشرده‌سازی تصویر اهمیت بیشتری پیدا کرده است. از طریق فشرده‌سازی تصویر پهنای باند موردنیاز برای انتقال داده‌ها و میزان فضای ذخیره‌سازی را می‌توان کاهش داد. کاهش پهنای باند موردنیاز، امکان انتقال داده‌های بیشتری را در یک‌زمان واحد فراهم می‌کند. روش‌های زیادی جهت فشرده‌سازی تصویر وجود دارد؛ ولی روشی مناسب است که علاوه بر افزایش نرخ فشرده‌سازی تصویر، کیفیت تصویر را نیز تا حد ممکن حفظ کند و موجب افت کیفیت تصویر نشود. در این مقاله به مسئله فشرده‌سازی تصاویر خاکستری و رنگی بر اساس خطای موردنظر با استفاده از روش تجزیه مقدار تکین پرداخته شده است. نتایج نشان می‌دهد به علت اینکه تصویر بلوک‌بندی می‌شود و سپس هر بلوک از تصویر باتوجه‌به خطای موردنظر فشرده می‌شود، کیفیت تصویر فشرده‌شده بسیار مناسب است و حتی زمانی که خطای موردنظر زیاد باشد، کیفیت تصویر فشرده‌شده تا حد قابل‌قبولی حفظ می‌شود.

کلیدواژه‌ها: تجزیه مقدار تکین، فشرده‌سازی تصویر با اتلاف، بلوک‌بندی

* رایانامه نویسنده مسئول: E-mail: fazeli@yazd.ac.ir

۱. مقدمه

در سال‌های اخیر، به دلیل رشد و توسعه سریع محصولات چندرسانه‌ای، نظریه فشرده‌سازی داده‌ها اهمیت بیشتری پیدا کرده است؛ زیرا با کاهش افزونگی محتویات عکس، ذخیره‌سازی و یا انتقال اطلاعات به‌صورت بهینه انجام می‌شود.

فشرده‌سازی تصویر نوعی فشرده‌سازی داده است که شامل رمزگذاری اطلاعات در تصویر با استفاده از بیت‌هایی کمتر از تصویر اصلی هست [۱]. اصل عملکرد فشرده‌سازی تصویر بر اساس حذف داده‌های اضافی است، به‌طوری که کیفیت تصویر کاهش پیدا نکند. فشرده‌سازی تصویر در چندین حوزه مانند طراحی وب جایگاه مهمی را به خود اختصاص داده است. در حقیقت، فشرده‌سازی تصویر باعث کاهش میزان استفاده از پهنای باند در سرورها می‌گردد؛ درنتیجه موجب صرفه‌جویی در وقت و هزینه می‌شود.

به‌طورکلی، دو روش برای فشرده‌سازی تصویر وجود دارد که شامل فشرده‌سازی بدون اتلاف و با اتلاف است [2-3]. فشرده‌سازی بدون اتلاف نوعی فشرده‌سازی تصویر است که بدون ازدست‌دادن داده‌ها، اطلاعات کامل موردنیاز برای بازسازی تصویر اصلی را در خود نگه می‌دارد. نرخ فشرده‌سازی توسط این روش، بسیار کم است و از این نوع روش برای تصاویر نقشه‌کشی و یا حتی در بایگانی تصاویر مانند ذخیره‌سازی سوابق پزشکی می‌توان استفاده نمود. روش‌های فشرده‌سازی بدون اتلاف تصویر شامل کدگذاری طول اجرا[1]، کدگذاری هافمن [۴] و کدگذاری آنتروپی هستند.

فشرده‌سازی با اتلاف نوع دیگری از فشرده‌سازی تصویر است که در این روش تصویر اصلی را نمی‌توان از روی تصویر فشرده‌شده بازسازی کرد. دلیل این امر این است که در این روش بسیاری از جزئیات یک تصویر را بدون تغییر زیاد در تصویر می‌توان کنار گذاشت. در فشرده‌سازی تصویر به‌صورت با اتلاف، جزئیات بسیار ریز تصویر می‌توانند از بین بروند؛ اما درنهایت اندازه تصویر به‌شدت کاهش می‌یابد. فشرده‌سازی تصویر به‌صورت با اتلاف در بسیاری از برنامه‌ها مانند پخش تلویزیون و اجلاس‌های ویدئویی مورداستفاده قرار می‌گیرد. در میان روش‌های فشرده‌سازی تصویر به‌صورت با اتلاف می‌توان به فشرده‌سازی فراکتال[2] [۵]، تبدیل کدگذاری[3]، تبدیل کسینوس گسسته[4] [6-7] و تبدیل موجک[5] اشاره کرد.

هر یک از روش‌های فشرده‌سازی تصویر به‌ازای تصاویر مختلف، نرخ فشرده‌سازی یکسانی را ارائه نمی‌دهند. نرخ‌های فشرده‌سازی تصویر به عواملی مانند تنوع سطوح خاکستری و یکسان بودن مقادیر پیکسل‌های مجاور در تصویر بستگی دارد؛ بنابراین باتوجه‌به انواع روش‌های فشرده‌سازی تصویر، باید روشی را برای فشرده‌سازی تصویر انتخاب نمود که علاوه بر افزایش نرخ فشرده‌سازی تصویر، کیفیت تصویر را نیز تا حد ممکن حفظ کند.

در این مقاله به مسئله فشرده‌سازی تصویر به‌صورت با اتلاف پرداخته می‌شود. درواقع این روش پیشنهادی بر اساس روش تجزیه مقدار تکین[6] است که باتوجه‌به خطای موردنظر و با بلوک‌بندی تصویر و استفاده از روش تجزیه مقدار تکین در هر بلوک به فشرده‌سازی تصاویر خاکستری و رنگی می‌پردازد.

در ادامه سازمان‌دهی این مقاله به‌صورت زیر ارائه‌شده است. در بخش دوم مروری بر کارهای مرتبط در زمینه فشرده‌سازی تصویر خواهد شد. در بخش سوم روش تجزیه مقدار تکین به همراه خصوصیات این روش مورد بررسی قرار گرفته است. روش پیشنهادی جهت فشرده‌سازی تصویر و الگوریتم مربوط به آن در بخش چهار قرار داده شده است و در بخش پنج نیز نتایج مربوط به روش پیشنهادی به روی سه تصویر مورد ارزیابی قرار گرفته است.

۲. روش تحقیق

امروزه برنامه‌های فشرده‌سازی متعددی به همراه کاربردهایشان در پردازش تصویر پیشنهادشده است[۲۲,۱۰, ۸] در این بخش مروری کوتاه بر برخی از کارهای مهم در این زمینه شده است.

به‌طورکلی تجزیه مقدار تکین یک روش فشرده‌سازی به‌صورت با اتلاف است که با استفاده از یک رتبه کمتر برای تقریب ماتریس اصلی که نشان‌دهنده یک تصویر است، به فشرده‌سازی تصویر می‌پردازد. علاوه بر این فشرده‌سازی با اتلاف در مقایسه با فشرده‌سازی بدون اتلاف، فشرده‌سازی بهتری را ارائه می‌دهد درحالی‌که فشرده‌سازی بدون اتلاف، تصاویر فشرده‌شده باکیفیت خوبی را نتیجه می‌دهد [۱۱].

در [۱۲] نویسندگان یک روش فشرده‌سازی جدید با استفاده از تجزیه مقدار تکین و کاهش اختلاف موجک[7] ارائه داده‌اند. این روش با روش‌های دیگر آزمایش‌شده است و نتیجه بهتری نسبت به سایر روش‌ها می‌دهد. علاوه بر این، استفاده از کاهش اختلاف موجک با تجزیه مقدار تکین باعث افزایش کیفیت و نسبت فشرده‌سازی می‌شود.

یک روش مبتنی بر موجک - SVD که از روش رنگ‌آمیزی نمودار در فرایند کمی‌سازی استفاده می‌کند در [۱۳] نشان‌داده‌شده است. این روش به‌خوبی عمل کرده و کیفیت و نسبت فشرده‌سازی را افزایش داده است. نسبت فشرده‌سازی تولیدشده توسط این روش بین ٪۵۰ و ٪۶۰ بوده، درحالی‌که

[1] Run- length coding
[2] Fractal
[3] Transform coding
[4] Discrete cosine transform
[5] Wavelet transform
[6] Singular value decomposition (SVD)
[7] Wavelet difference reduction

میانگین کیفیت بین ۴۰ و ۸۰ دسی‌بل[1] بوده است.

در مقالات [۱۴, ۲۱, ۲۳] تغییر فشرده‌سازی تصویر مبتنی بر تجزیه مقدار تکین پیشنهادشده است. این روش تغییر جزئی در الگوریتم اصلی تجزیه مقدار تکین است که فشرده‌سازی بسیار بهتری نسبت به فشرده‌سازی استاندارد با استفاده از روش تجزیه مقدار تکین می‌دهد. علاوه بر این، این روش عملکرد بسیار بهتری نسبت به روش تجزیه مقدار تکین دارد. به طور معمول این روش، برای هر کیفیت فشرده‌سازی داده شده، به کمتر از ٪۳۰ مقادیر تکین و بردارهای تکین نیاز دارد.

در [۱۵] نویسندگان روشی را برای فشرده‌سازی تصاویر صورت با استفاده از الگوریتم K-SVD[2] پیشنهاد کردند که الگوریتمی برای آموزش واژه‌نامه است که منجر به نمایش سیگنال‌های پراکنده می‌شود. این روش به روی تصاویر خاکستری اعمال‌شده و نشان داده است که بسیار کارآمد است.

در مقاله [۱۶] نویسندگان کدگذاری کوتاه کردن بلوک[3] را پیشنهاد کردند. این روش یکی از ساده‌ترین و راحت‌ترین الگوریتم‌های فشرده‌سازی تصویر و همچنین یک روش کدگذاری تصویر است که باتوجه‌به هر بلوک از تصویر به فشرده‌سازی تصویر می‌پردازد. روش ارائه‌شده توسط نویسندگان در مقاله [۱۷]، استفاده از تجزیه مقدار تکین و حفظ لحظه تدریجی BTC-[4] است. به‌وسیله این روش، تصویر ورودی با کاهش رتبه ماتریس تصویر، با استفاده از فرایند تجزیه مقدار تکین و سپس ماتریس نتیجه با استفاده از روش کدگذاری کوتاه کردن بلوک فشرده می‌شوند.

نویسندگان در مقاله [۱۸] دو روش جدید را معرفی می‌کنند. روش اول بهبود روش کدگذاری کوتاه کردن بلوک است که بر معایب کدگذاری کوتاه کردن بلوک کلاسیک غلبه می‌کند، درحالی‌که روش دوم نحوه به‌دست‌آوردن رتبه جدید با استفاده از تجزیه مقدار تکین را توصیف می‌کند که فشرده‌سازی تصویر بهتری را ارائه می‌دهد. این روش در [۱۹] نشان‌داده‌شده است.

۳. تجزیه مقدار تکین

هدف اصلی از مطالعه تجزیه مقدار تکین یک تصویر (ماتریس $m \times n$) ایجاد تقریب‌های یک تصویر با استفاده از کم‌ترین تعداد مقادیر تکین ماتریس قطری در تجزیه است. این تقریب ماتریس، اساس فشرده‌سازی تصویر با استفاده از تجزیه مقدار تکین است، زیرا تصویر را می‌توان به‌عنوان ماتریس مشاهده کرد که هر پیکسل آن همان درایه ماتریس است. در جبر خطی، روش تجزیه مقدار تکین یک ماتریس ابزاری مهم برای تجزیه ماتریس‌های مستطیلی است.

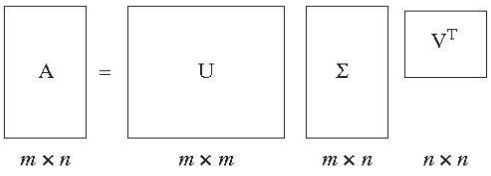
ماتریس A با m سطر و n ستون و رتبه r را در نظر بگیرید به‌طوری که $r \le n \le m$ باشد. در این صورت می‌توان Aرا به سه ماتریس V^T، $\sum$ و U تجزیه کرد به‌گونه‌ای که $A = U\sum V^T$ است [۲۰]، U و V ماتریس‌های متعامد هستند، $\sum$ یک ماتریس قطری است.

هدف از تبدیل ماتریس A به $U\sum V^T$ تخمین ماتریس A با استفاده از ورودی‌های کم‌تر از ماتریس اصلی است. با استفاده از رتبه یک ماتریس می‌توانیم اطلاعات اضافی را حذف کنیم. از تجزیه مقدار تکین برای ارائه بهترین رتبه برای تخمین ماتریس A می‌توان استفاده کرد.

قضیه ۱. فرض کنید A یک ماتریس حقیقی $m \times n$ باشد، آنگاه ماتریس‌های متعامد U و V و ماتریس قطری $\sum$ وجود دارند به قسمی که

$$U^T AV = \begin{bmatrix} \sum_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \sum \quad (۱)$$

در آن $\sum_1$ یک ماتریس قطری نامنفرد است. عناصر قطری $\sum$ همگی نامنفی هستند و به ترتیب نا صعودی می‌توانند مرتب شوند. تعداد عناصر قطری مخالف صفر $\sum$ برابر رتبه ماتریس A است. شکل (۱) را مشاهده کنید.



شکل (۱). تجزیه مقدار تکین ماتریس A

عناصر قطری ماتریس $\sum$ مقادیر تکین ماتریس A نامیده می‌شوند. اعدادσ_1، σ_2، و...، σ_k مقادیر تکین مثبت A هستند. ستون‌های U بردارهای تکین چپ و ستون‌های V^T بردارهای تکین راست نامیده می‌شوند.

۳-۱. SVD در مقابل حافظه

برای تصویر $m \times n$ پیکسل در مقیاس خاکستری، حافظه باید $m \times n$ مقدار و به عبارتی برای هر پیکسل یک مقدار را ذخیره کند یعنی $I_M = m \times n$.

تجزیه مقدار تکین (SVD) از سه ماتریس U، $\sum$ و V تشکیل‌شده است. در اصل U یک ماتریس $m \times m$ است؛ بااین‌حال فقط K ستون اول ماتریس U موردنظر است، پس $U_M = m \times k$ است. به همین صورت فقط K ستون اول ماتریس V را در نظر می‌گیریم (که به V^T تبدیل می‌شود)؛ بنابراین فقط باید V را به‌عنوان یک ماتریس $n \times K$ ذخیره کنیم، پس: $V_M = n \times K$ است. درنهایت ازآنجاکه K ستون اول U و V را به‌کاررفته است، فقط به K مقدار تکین اول نیاز داریم پس

[1] Decibel (db)
[2] K-Singular value decomposition (K-SVD)
[3] Block truncation coding (BTC)
[4] Quantizer-BTC

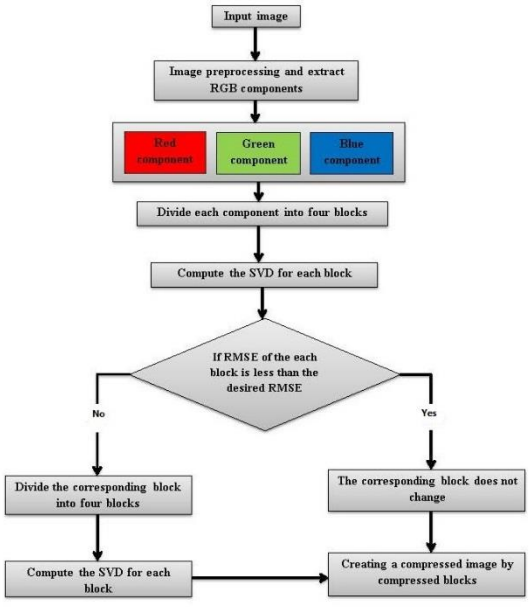
$\sum_M = K$ است. درنتیجه با استفاده از فرمول (۲) تصویر فشرده‌شده حاصل می‌شود.

$$I_{comp} = U(:,1:K) \times \sum(1:K,1:K) \times (V(:,1:K)^T) \quad (۲)$$

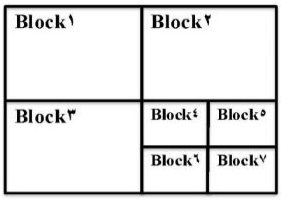
۴. روش پیشنهادی

فرایند روش پیشنهادی در شکل (۲) نشان‌داده‌شده است. اگر تصویر خاکستری باشد ابتدا تصویر را به چهار بلوک که با یکدیگر همپوشانی ندارند، تقسیم می‌کنیم. سپس تجزیه مقدار تکین هر بلوک را محاسبه کرده که باعث می‌شود دو ماتریس متعامد و یک ماتریس قطری حاصل شود. سپس با استفاده از فرمول (۲) بلوک‌های مربوط به تصویر اصلی را فشرده می‌کنیم و خطای هر بلوک به دست می‌آوریم. درصورتی‌که خطای به‌دست‌آمده از خطای موردنظر بیشتر باشد، بلوک مربوطه را به چهار بلوک دیگر تقسیم می‌کنیم و عمل فشرده‌سازی تصویر با استفاده از تجزیه مقدار تکین را برای این چهار بلوک جدید به دست می‌آوریم. درنهایت توسط بلوک‌های فشرده‌شده، تصویر فشرده‌شده را به دست می‌آوریم.

باتوجه‌به شکل (۲) درصورتی‌که تصویر موردنظر رنگی باشد ابتدا باید تصویر را به سه مؤلفه رنگی قرمز، سبز و آبی تجزیه کنیم سپس با استفاده از روش فشرده‌سازی تصویر خاکستری که قبلاً توضیح داده شده است، عمل فشرده‌سازی تصویر متناسب با خطای موردنظر و بر اساس روش تجزیه مقدار تکین را برای هرکدام از مؤلفه‌های رنگی به دست آوریم. نحوه بلوک‌بندی تصویر مطابق شکل (۳) است.



شکل (۲). فرایند روش پیشنهادی



شکل (۳). نحوه بلوک‌بندی تصویر

زمانی که SVD به روی یک تصویر اعمال می‌شود، تصویر فشرده نمی‌شود؛ اما داده‌ها به شکلی درمی‌آیند که در آن اولین مقدار تکین، اطلاعات زیادی از تصویر را دارد. با استفاده از تجزیه مقدار تکین، فقط از چند مقدار تکین برای فشرده‌سازی تصویر باکمی تفاوت از نسخه اصلی استفاده می‌کنیم. تصویر ورودی می‌تواند یک تصویر خاکستری یا یک تصویر رنگی با مؤلفه‌های رنگی RGB باشد؛ بنابراین برای فشرده‌سازی تصویر با استفاده از روش SVD از فرمول (۲) استفاده می‌کنیم. در فرمول (۲)، K تعداد مقادیر تکین است که با تغییر مقادیر تکین یک ماتریس متناظر با یک تصویر، به‌صورت یکنواخت آن تصویر روشن یا تیره می‌شود. همچنین در تصویرهای رنگی، شدت رنگ خاصی کم یا زیاد می‌شود.

۴-۱. الگوریتم پیشنهادی

الگوریتم ۱ مربوط به روش پیشنهادی فشرده‌سازی تصویر است که متناسب با خطای موردنظر، با استفاده از تجزیه مقدار تکین به روی تصویر بلوک‌بندی شده است. ورودی این الگوریتم **B** ماتریس مربوط به تصویر موردنظر، tol خطای موردنظر و K تعداد مقادیر تکین است. خروجی الگوریتم نیز تصویر فشرده‌شده حاصل از بلوک‌های فشرده‌شده است. الگوریتم موردنظر به‌صورت زیر است.

الگوریتم ۱: الگوریتم پیشنهادی برای فشرده‌سازی تصویر

Input: B is an image, a tolerance tol and number of singular value K.
Output: Compressed image.
1: error = tol
2: Divide image into four blocks $B_1, \dots, B_4$
3: **for** i = 1: 4 **do**
4: $[U_i, S_i, V_i] = SVD(B_i)$
5: $U_i = U_i(,1:K)$
6: $S_i = S_i(1:K, 1:K)$
7: $V_i = V_i(:, 1:K)'$
8: $D_i = U_i \times S_i \times V_i$
9: **if** RMSE (D_i) > error **then**
10: Divide D_i into four blocks
11: Compute SVD for new blocks
12: **end for**
13: **end if**

۵. نتایج و آزمایش‌ها

در این بخش به ارزیابی روش پیشنهادی با معیارهای ارزیابی مختلف پرداخته شده است. در ادامه تصاویر و جدول‌های مربوط به فشرده‌سازی تصویر با استفاده از روش پیشنهادی آورده شده است.

۵-۱. معیارهای ارزیابی

برای ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، از معیارهای ارزیابی مختلف استفاده‌شده است. این معیارها شامل جذر میانگین مربع خطا[1] و نسبت اوج سیگنال به نویز[2] است.

۵-۱-۱. جذر میانگین مربع خطا

میانگین مربع خطا برای دو تصویر I و J که در آن I تصویر اصلی و J تصویر فشرده‌شده است، توسط فرمول (۳) تعریف می‌شود. منظور از m و n تعداد سطرها و ستون‌های ماتریس مربوط به تصویر است.

$$MSE = \frac{1}{mn}\sum_{i=0}^{m-1}\sum_{j=0}^{n-1}[I(i,j) - J(i,j)]^2 \qquad (۳)$$

استفاده از جذر میانگین مربع خطا بسیار رایج است و برای پیش‌بینی‌های عددی، خطای کلی بسیار خوبی ایجاد می‌کند. این معیار توسط فرمول (۴) تعریف می‌شود.

$$\mathrm{RMSE} = \sqrt{MSE} \qquad (۴)$$

۵-۱-۲. نسبت اوج سیگنال به نویز

این معیار برحسب دسی‌بل (db) اندازه‌گیری می‌شود و فقط برای داده‌های رمزگذاری شده ازنظر بیت در هر نمونه یا بیت در هر پیکسل معنی‌دار است. $PSNR$ توسط فرمول (۵) تعریف می‌شود. در این فرمول max بیشترین مقدار پیکسل موجود در تصویر است.

$$\mathrm{PSNR} = 10log_{10}\frac{max^2}{MSE} \qquad (۵)$$

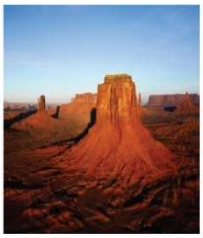
اگر میزان PSNR کمتر از 12db باشد، نشان می‌دهد که کیفیت تصویر قابل‌قبول نیست ولی PSNR بالاتر از 20db نشان می‌دهد تصویر کیفیت مناسبی دارد. درواقع هرچه این معیار بیشتر باشد کیفیت تصویر نیز بیشتر است.

۵-۲. مجموعه تصاویر

تصویرهای مورداستفاده برای ارزیابی روش پیشنهادی شامل یک تصویر خاکستری با ابعاد 956×1276 است که در شکل (۴) نشان‌داده‌شده و همچنین دو تصویر رنگی با ابعاد 768×1024 هستند که در شکل‌های (۵) و (۶) نشان‌داده‌شده است [۲۱]. در ادامه به ارزیابی روش پیشنهادی با استفاده از فشرده‌سازی سه تصویر زیر می‌پردازیم.



شکل (۴). تصویر خاکستری



شکل (۵). تصویر رنگی اول



شکل (۷). تصویر رنگی دوم

۵-۳. نتایج ارزیابی

در شکل (۷) نتیجه حاصل از الگوریتم ۱ به روی تصویر خاکستری مربوط به شکل (۴) نشان‌داده‌شده است. خطای تصویر با استفاده از معیار RMSE محاسبه می‌شود و کیفیت تصویر با معیار PSNR مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. خطای موردنظر ۲ است. تعداد مقادیر تکین هر بلوک ۵۰ و تعداد مقادیر تکین هر زیر بلوک ۳۰ در نظر گرفته‌شده است. همان‌طور که در شکل (۷) مشخص است، تصویر فشرده‌شده کیفیت خوبی دارد.

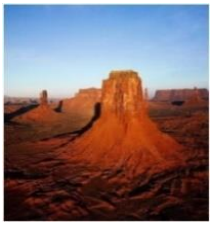


شکل (۷). تصویر خاکستری فشرده‌شده

در شکل (۸) نتیجه حاصل از الگوریتم ۱ به روی تصویر رنگی مربوط به شکل (۵) نشان‌داده‌شده است. خطای موردنظر ۲ است. تعداد مقادیر تکین هر بلوک ۵۰ و تعداد مقادیر تکین هر زیر

[1] Root mean square error (RMSE)
[2] Peak signal to noise ratio (PSNR)

بلوک ۳۰ در نظر گرفته‌شده است. باتوجه‌به شکل (۸) می‌توان نتیجه گرفت که کیفیت تصویر رنگی فشرده‌شده مناسب است.



شکل (۸). تصویر رنگی فشرده‌شده

در شکل (۹) نتیجه حاصل از الگوریتم ۱ به روی تصویر رنگی مربوط به شکل (۶) نشان‌داده‌شده است. خطای تصویر با استفاده از معیار RMSE به‌دست‌آمده و کیفیت تصویر با معیار PSNR مورد ارزیابی قرار گرفته است. خطای موردنظر ۲ است. تعداد مقادیر تکین هر بلوک ۵۰ و تعداد مقادیر تکین هر زیر بلوک ۳۰ در نظر گرفته‌شده است. این تصویر فشرده‌شده با تعداد مقادیر تکین کم از کیفیت مناسبی برخوردار است.



شکل (۹). تصویر رنگی فشرده‌شده

در ادامه جدول‌های مربوط به نتایج حاصل از فشرده‌سازی تصاویر خاکستری و رنگی با استفاده از روش پیشنهادی و تعداد مقادیر تکین مختلف در هر بلوک و زیر بلوک آورده شده است.

در جدول (۱) نتایج مربوط به تصویر خاکستری فشرده‌شده که در شکل (۴) نشان‌داده‌شده است، بر اساس خطای موردنظر که منظور همان جذر میانگین مربع خطا (RMSE) است و با تعداد مقادیر تکین مختلف در هر بلوک و زیر بلوک آورده شده است. باتوجه‌به جدول (۱) می‌توان نتیجه گرفت که با خطای زیاد، تصویر فشرده‌شده کیفیت (PSNR) مناسبی دارد و با افزایش تعداد مقادیر تکین در هر بلوک و زیر بلوک کیفیت تصویر افزایش و میزان خطا کاهش می‌یابد.

جدول (۱). نتایج مربوط به شکل (۴)

RMSE موردنظر	مقادیر تکین هر بلوک	مقادیر تکین هر زیر بلوک	PSNR نهایی
۰/۵	۱۰	۱۰	۲۹/۰۲۵۵
۹	۱۰	۱۰	۲۸/۵۸۲۴
۱۵	۱۰	۱۰	۲۷/۲۵۷۲
۲۳	۱۰	۱۰	۲۴/۴۳۷۵
۰/۵	۱۰	۳۰	۴۲/۸۱۹۶
۹	۱۰	۳۰	۳۴/۷۹۳۰

جدول (۱). نتایج مربوط به شکل (۴)

RMSE موردنظر	مقادیر تکین هر بلوک	مقادیر تکین هر زیر بلوک	PSNR نهایی
۱۵	۱۰	۳۰	۲۹/۸۴۱۶
۲۳	۱۰	۳۰	۲۴/۴۳۷۵
۲	۵۰	۳۰	۴۲/۴۸۳۲
۳	۵۰	۳۰	۴۰/۷۵۰۸
۰/۵	۵۰	۵۰	۵۰/۶۲۶۰
۱۵	۵۰	۵۰	۳۹/۸۶۵۵
۲	۱۰۰	۵۰	۵۰/۵۶۰۰
۱	۱۵۰	۱۰۰	۵۳/۶۵۱۲
۳	۲۰۰	۵۰	۵۶/۵۶۳۳

در جداول (۲) و (۳) نتایج مربوط به تصویرهای رنگی فشرده‌شده در شکل‌های (۵) و (۶) باتوجه‌به خطای موردنظر که منظور همان معیار RMSE است و با تعداد مقادیر تکین مختلف در هر بلوک و زیر بلوک آورده شده است. باتوجه‌به نتایج جدول‌های (۲) و (۳)، زمانی که خطای موردنظر زیاد باشد و از تعداد مقادیر تکین کمتری هم استفاده شود، تصویر فشرده‌شده کیفیت (PSNR) قابل‌قبولی دارد، همچنین با افزایش تعداد مقادیر تکین در هر بلوک و زیر بلوک، کیفیت تصویرها افزایش و میزان خطا کاهش می‌یابد.

جدول (۲). نتایج مربوط به شکل (۵)

RMSE موردنظر	مقادیر تکین هر بلوک	مقادیر تکین هر زیر بلوک	PSNR نهایی
۰/۵	۱۰	۱۰	۲۶/۹۶۴۹
۱۰	۱۰	۱۰	۲۶/۷۵۳۵
۱۵	۱۰	۱۰	۲۶/۵۳۳۷
۲۳	۱۰	۱۰	۲۶/۰۰۶۶
۰/۵	۱۰	۳۰	۳۱/۰۳۲۲
۱۰	۱۰	۳۰	۲۹/۲۹۰۲
۱۵	۱۰	۳۰	۲۸/۱۳۷۰
۲۳	۱۰	۳۰	۲۶/۵۹۶۳
۲	۵۰	۳۰	۳۱/۰۳۲۲
۱۵	۵۰	۳۰	۳۰/۴۳۴۷
۰/۵	۵۰	۵۰	۳۴/۱۹۷۷
۱۵	۵۰	۵۰	۳۰/۴۳۴۷
۳	۱۰۰	۵۰	۳۴/۵۴۵۵
۱	۱۵۰	۱۰۰	۴۲/۸۳۶۸
۳	۲۰۰	۵۰	۴۲/۹۲۹۸

جدول (۳). نتایج مربوط به شکل (۶)

RMSE موردنظر	مقادیر تکین هر بلوک	مقادیر تکین هر زیر بلوک	PSNR نهایی
۰/۵	۱۰	۱۰	۲۷/۴۹۴۸
۱۰	۱۰	۱۰	۲۷/۳۰۰۹
۱۵	۱۰	۱۰	۲۷/۰۶۱۱
۲۳	۱۰	۱۰	۲۴/۷۸۹۷
۰/۵	۱۰	۳۰	۳۴/۱۲۷۷
۱۰	۱۰	۳۰	۳۲/۴۸۸۵
۱۵	۱۰	۳۰	۳۱/۰۲۲۰
۲۳	۱۰	۳۰	۲۵/۱۸۱۹
۲	۵۰	۳۰	۳۴/۱۶۱۲
۵	۵۰	۳۰	۳۳/۹۵۰۰
۰/۵	۵۰	۵۰	۳۸/۶۱۲۴
۱۵	۵۰	۵۰	۳۲/۷۹۷۱
۳	۱۰۰	۵۰	۳۸/۵۱۲۵
۱	۱۵۰	۱۰۰	۴۹/۴۱۳۳
۳	۲۰۰	۵۰	۴۸/۸۰۶۹

۴-۵. مقایسه روش پیشنهادی با روش فشرده‌سازی تصویر توسط SVD و بدون بلوک‌بندی

در جدول (۴) دو روش فشرده‌سازی تصویر با تعداد مقادیر تکین مختلف برای شکل‌های (۴)، (۵) و (۶) مورد مقایسه قرار گرفته است. روش اول همان روش فشرده‌سازی تصویر با استفاده از تجزیه مقدار تکین (SVD) به روی تصاویر بلوک‌بندی شده است و روش دوم فشرده‌سازی تصویر با روش تجزیه مقدار تکین بدون بلوک‌بندی است. در جدول (۴) کیفیت تصویر با معیار PSNR و خطا با معیار RMSE مورد ارزیابی قرار گرفته است.

جدول (۴). مقایسه دو روش

شکل	روش	تعداد مقادیر تکین	PSNR	RMSE
(۴)	پیشنهادی	۱۰	24/4375	15/2991
(۴)	SVD بدون بلوک‌بندی	۱۰	20/7006	23/5239
(۴)	پیشنهادی	۳۰	32/8617	5/8004
(۴)	SVD بدون بلوک‌بندی	۳۰	26/6018	11/9247
(۴)	پیشنهادی	۵۰	39/8655	2/5898

جدول (۴). مقایسه دو روش

شکل	روش	تعداد مقادیر تکین	PSNR	RMSE
(۴)	SVD بدون بلوک‌بندی	۵۰	30/5205	7/5948
(۴)	پیشنهادی	۱۰۰	50/5600	0/7560
(۴)	SVD بدون بلوک‌بندی	۱۰۰	39/0204	2/8544
(۵)	پیشنهادی	۱۰	26/5337	12/0186
(۵)	SVD بدون بلوک‌بندی	۱۰	24/0815	15/9392
(۵)	پیشنهادی	۳۰	29/0089	9/0385
(۵)	SVD بدون بلوک‌بندی	۳۰	26/4366	12/1537
(۵)	پیشنهادی	۵۰	30/4347	7/6702
(۵)	SVD بدون بلوک‌بندی	۵۰	27/8580	10/3190
(۵)	پیشنهادی	۱۰۰	34/4581	4/8265
(۵)	SVD بدون بلوک‌بندی	۱۰۰	30/5040	7/6092
(۶)	پیشنهادی	۱۰	27/0611	11/3106
(۶)	SVD بدون بلوک‌بندی	۱۰	21/7676	20/8047
(۶)	پیشنهادی	۳۰	29/7193	8/3286
(۶)	SVD بدون بلوک‌بندی	۳۰	25/9982	12/7829
(۶)	پیشنهادی	۵۰	32/7971	5/8437
(۶)	SVD بدون بلوک‌بندی	۵۰	28/5523	9/5263
(۶)	پیشنهادی	۱۰۰	38/3924	3/0685
(۶)	SVD بدون بلوک‌بندی	۱۰۰	32/6420	5/9489

باتوجه‌به جدول (۴) مشخص است که روش پیشنهادی جهت فشرده‌سازی تصاویر خاکستری و رنگی با تعداد مقادیر تکین مختلف، کیفیت (PSNR) بیشتر و خطای (RMSE) کمتری نسبت به روش فشرده‌سازی تصویر با استفاده از SVD و بدون بلوک‌بندی دارد.

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی جهت فشرده‌سازی تصویرهای خاکستری و رنگی ارائه‌شده است به‌طوری که متناسب با خطای موردنظر و با استفاده از تجزیه مقدار تکین و بلوک‌بندی تصویر به فشرده‌سازی تصویر می‌پردازد. نتایج حاصل از این روش نشان می‌دهد که کیفیت تصویرهای فشرده‌شده کیفیت مناسبی است و حتی زمانی که خطای موردنظر زیاد هم باشد کیفیت تصویر تا حد قابل‌قبولی حفظ می‌شود، درنتیجه با تعداد مقادیر تکین کمتر در هر بلوک و زیر بلوک به فشرده‌سازی تصویرهای خاکستری و رنگی باکیفیت خوبی می‌توان دست‌یافت.

۷. مراجع

[1] N. S. Jindal, “Performance analysis of SVD and SPIHT algorithm for image compression application,” International Journal of Advanced Research in Computer Science and Software Engineering, vol. 2 num. 2, 2012.

[2] M. A. Joshi, “Digital image processing, an algorithmic approach,” IEEE transactions on Communications, 2006.

[3] M. J. Weinberger, G. Seroussi and G. Sapiro, “The LOCO- I lossless image compression algorithm: principles and standardization into JPEG- LS,” IEEE Trans, vol. 9 pp. 1309-1324, 2000.

[4] M. A. Alkhalay leh and A. M. Otair, “A new lossless method of image compression by decomposing the tree of Huffman technique,” Expert Systems with Applications, vol. 15 pp. 79-96, 2015.

[5] W. Jianji, Z. Nanning, L. Yuehu and Z. Gang, “Parameter analysis of fractal image compression and its applications in image sharpening and smoothing,” Signal Process. Image Commun, vol. 28 pp. 681-687, 2013.

[6] A. Bilgin, W. Michael, M. Marcellin and I. Altbach, “Compression of electrocardiogram signal using JPEG2000,” IEEE Trans. Consum. Electron, vol. 49 pp. 833-840, 2003.

[7] A. Kapoor and R. Dhir, “Image compression using fast 2- D DCT technique,” Int. J. Comput. Sci. Eng, vol. 3 pp. 2415-2419, 2011.

[8] J. Li, “An image feature point matching algorithm based on fixed scale feature transformation,” Optik, vol. 13 pp. 1620-1623, 2013.

[9] J. Li and L. Chang, “A sar image compression algorithm based on mallat towertype wavelet decomposition,” Optik, vol. 23 pp. 3982-3986, 2015.

[10] R. Esfahani1 and Z. A. Norouzi, “Steganography in the Compressed Image Supplement Using Takin Value Analysis,” Passive Defense Quarterly 4 (3), 25-34, 2014.

[11] N. K. El Abbadi, A. Al Rammahi, D. S. Redha and M. Abdul-Hameed, “Image compression based on SVD and MPQ- BTC,” J. Comput. Sci, vol. 10 pp. 2095-2104, 2014.

[12] M. R. Awwal, G. Anbarjafari and H. Demirel, “Lossy image compression using singular value decomposition and wavelet difference reduction,” Digital Signal Process, vol. 24 pp. 117-123, 2014.

[13] M. Maharani, B. K. Dew i, F. A. Yulianto and B. Purnama, “Digital image compression using graph coloring quantization based on wavelet- SVD,” J. Phy s. Conf. Ser, 2013.

[14] A. Ranade, S. S. Mahabalarao and S. Kale, “A variation on SVD based image compression,” Image Vis. Comput, vol. 25 pp. 771-777, 2007.

[15] O. Bry t and M. Elad, “Compression of facial images using the K- SVD algorithm,” J. Vis. Commun. Image Represent, vol. 19 pp. 270-283, 2008.

[16] M. Doaa and A. F. Chadi, “Image compression using block truncation coding,” cyber J. Multidiscipl. J. Sci. Technol. J. Select. Areas Telecommun, (JSAT) 2011.

[17] N. K. El Abbadi, A. Al Rammahi, D. S. Redha and M. Abdul- Hameed, “Image compression based on SVD and MPQ-BTC,” J. Comput. Sci, vol. 10 pp. 2095-2104, 2014.

[18] K. El Asnaoui and Y. Chaw ki, “Two new methods for image compression,” Int. J. Imaging Robot, vol. 15 pp. 1-11, 2015.

[19] K. El Asnaoui, M. Ouhda, B. Aksasse and M. Ouanan, “An application of linear algebra to image compression,” Homological and Combinatorial Methods in Algebra, 2018.

[20] A. Kapoor and R. Dhir, “Image compression using fast 2- D DCT technique,” Int. J. Comput. Sci. Eng, vol. 3 pp. 2415-2419, 2011.

[21] K. El Asnaoui , ”Image Compression Based on Block SVD Power Method, ” J. Intell. Syst.; 29(1): 1345–1359, 2020.

[22] P. Kumar and A. Parmar. ”Versatile approaches for medical image compression,”. Procedia Computational Sciences, 167, 1380 -1389, 2020.

[23] J. Lalnunhlima, T. D. Johnson and Lalruatzuala. ”Digital image compression using DCT and SVD,” International Journal of Recent Advances in Multidisciplinary Topics, 2(6), 88-92, 2021.